# 概要

**行列の $LU$ 分解および平成 15 年 弘前城もみじと菊人形まつり入場者数予測へのその応用**

99$S$1029　中野　大輔

この論文は主に行列の $LU$ 分解についての研究とそれを用いた入場者数の予測について述べる。入場者数の予測の際に必要となる補間多項式を求める手法のひとつに，年データの $Vandarmonde$ 行列と各年における入場者数に関する方程式を解くというものがあるのだが，この計算は年データの増加とともに行列が大きくなるために解くことが飛躍的に難しくなる傾向にある。そこで，行列計算の直接法のひとつである $LU$ 分解法に着目した。$LU$ 分解法は全ての行列に対して適用できるわけではないのが弱点であるが，行列が絡む方程式の計算量を軽減させるのには有用な手法である。また，直接法であるために理論的には確実に解が求められるという利点もある。

ところで，行列と $LU$ 分解を扱うためには行列に関して詳しく知る必要があるため，この論文ではまずそこから入る。

1 章ではベクトルと行列について述べる。特に途中で出てくる行列式は，$LU$ 分解可能であるかの判定に必要なものである。また，ベクトルや行列に関する公式として $Sherman - Morrison$ の公式とその一般化である $Sherman - Morrison - Woodbury$ の公式を紹介する。

2 章では行列式の有用な性質として，ある列が和の形の場合，ある列が定数倍の形の場合，ある列の成分が全て 0 の場合，2 つの列を入れ替えた場合，2 つの列の成分が全て一致する場合などについて述べる。

3 章では行列の値域，零空間，階数といった概念について考察し，行列の正則と同値である条件について述べる。

4 章では行列の $LU$ 分解について詳しく述べる。前述のとおり $LU$ 分解は全ての行列に対して適用できるわけではないため，まずは $LU$ 分解可能の必要十分条件について示し，また分解が一意に定まることを述べる。その後，$LU$ 分解の特別な場合として $Cholesky$ 分解 ($LDL^T$ 分解) を紹介する。最後に，14 種類の行列のパターンに対して $LU$ 分解が可能であるかどうかについて調べた。

5 章ではこれらの内容を応用し，平成 15 年 弘前城もみじと菊人形まつり (弘前城菊と紅葉まつり) の入場者数予測をした内容を示す。以下はそのアウトラインである。

平成 2 年から平成 14 年迄の各年における弘前城もみじと菊人形 (弘前城菊と紅葉まつり) の入場者数は以下の表の通りである。

| 年 (平成) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 入場者数 (千人) | 977 | 756 | 745 | 650 | 675 | 664 | 653 | 630 | 560 | 502 | 337 | 312 | 286 |

このデータをそのまま，もしくは何らかの処理を加えてその補間多項式を作成する。

図 1 は各補間多項式のグラフのうち 4 種類を示したものである。点は各年における実データを表している。実線は全てのデータを，点線は奇数年のみを，鎖線は偶数年のみを，破線は 3 の倍数年のみを補間したものである。

これらの中で，全てのデータを補間したものは平成 14 年付近で急激に減少方向にカーブしているためこれを用いて平成 15 年の予測をすることは不適切であると思われる。同様に，3 の倍数年のみを補間したものも予測用としては使用不能である。

この検証を他 8 種類についても行い，使用可能であると思われる計 5 種類の式を用いて入場者数予測を行った。その結果が図 2 である。実線は奇数年のみを，点線は偶数年のみを，鎖線は 3 の倍数 +1 の年のみを，破線は 3 の倍数 +2 の年のみを，太線は最近 3 年間のみを補間したものである。

平成 15 年におけるそれぞれのグラフの値は，順に 126.0000，645.3984，6.9136，297.4691，259.0000 となっている。これらの平均 266.95622，つまり約 26 万 7 千人を平成 15 年の入場者数と予測する。

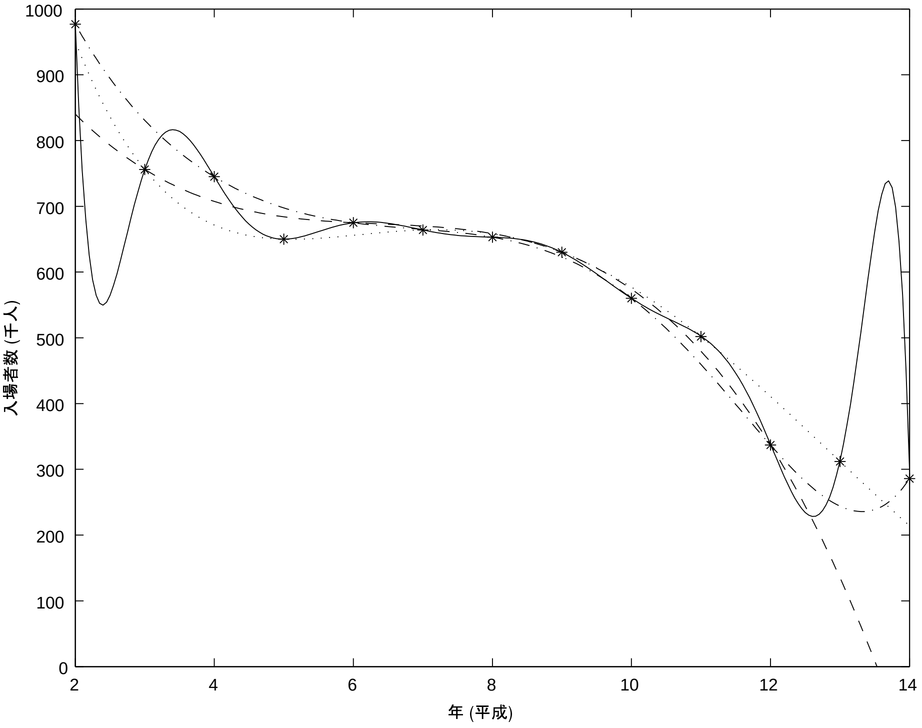


図 1: 補間多項式の比較 1

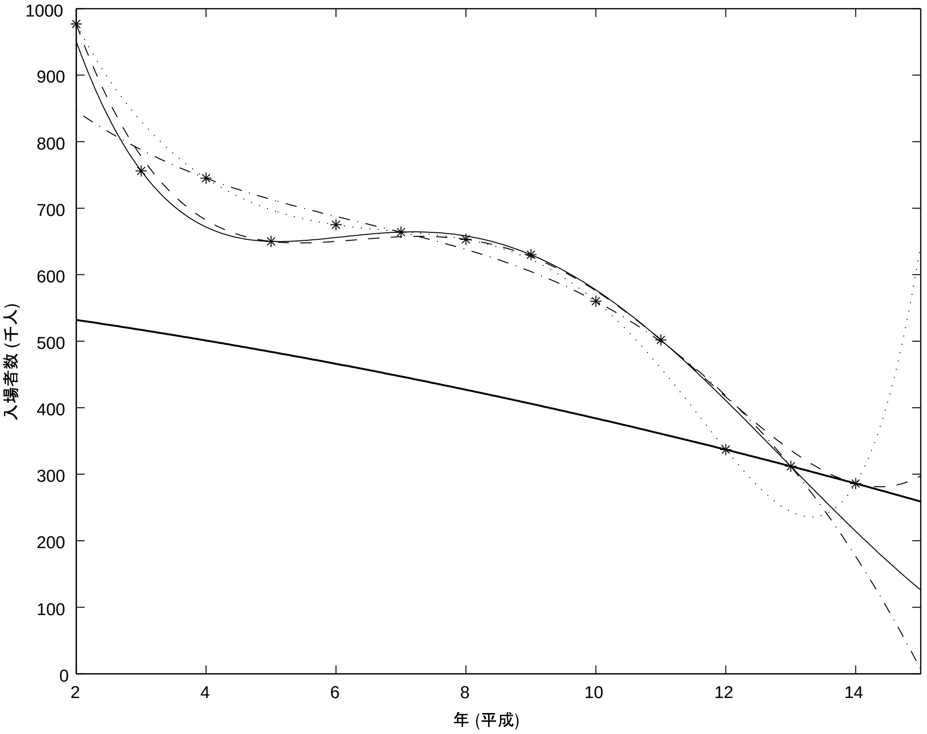


図 2: 入場者数予測