

16s2052: $Y(\theta, \phi)$ を Θ と Φ で変数分離したときの Φ についての式で、 $m=0$ のとき ϕ はどの値でも Φ は一定に思えるのですが、意味のある解と言えるのでしょうか M: 一定の値だと、なぜイケナイのか? なぜ意味がないと考えるのか? //

17s2007: 式 (6.14) の右辺の m を ± 1 にしたときに一般式が正と負で 2 つの式が出ていて、一価・有限・連続が満足しているため m は捨てないとのことでしたが、 m が 0 の場合でも同様に成り立つとの考えで大丈夫でしょうか。 M: “同様に成り立つ” とは、何の話か? // 大丈夫かどうか、自分で判断できないのはなぜか?

17s2051: ルジャンドル方程式は水素原子以外にも適するのか? M: 教科書 p.211 の“古典物理学ではよく知られた方程式である”との記述の意味が理解できないのか? // 古典物理学を勉強すれば分かるのでは?

18s2010: ルジャンドル方程式の P が何の物理数に関する関数かわからない M: 本気か? // ここでは水素型原子の電子の状態を記述する波動関数 (の一部、 Θ のパート) に対応している。しかしそもそも“古典物理学ではよく知られた方程式である”なのだから、様々な問題に対応しているわけで、特定の具体的なモノにも対応するかもしれないが、それよりも抽象化・汎用化されたものと捉えるべき。

18s2014: $e^{2\pi i}$ の式は証明できるものではないのですか M: 数学の基礎を復習する必要がある? // 証明といえるかどうかかわからないが、テイラー展開を用いた説明は見たことがある。

18s2029: 水素型原子では、電子の軌道を円としているので境界条件は $\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2n\pi)$ となっていますが、電子の軌道が円ではない場合の境界条件はどうなるのですか? M: それでも波動関数は一価でなければならないことに変わりはない。必要なら、気になるのなら、自分で考えてみればいいのでは? // 18s2046 参照

18s2038: 換算質量を用いたときの原点はどこでもいいとのことだったが原点を核とした場合の電子にあたる点は重心など 2 粒子の質量によって決まるのか。 M: 勘違いの予感。// 物理学の基礎を復習する必要があるのでは?

18s2045: 多電子系についてのハミルトニアンは、運動エネルギー項 K とポテンシャルエネルギー項 V からなるが、これは一般化 (相互作用が $nC2$ 間に存在すること、電子個々を等価と捉えると) することが可能か。 M: 自分で判断できないのはなぜか? // 物理学の基礎を復習する必要があるのでは? // “全エネルギー＝運動エネルギー＋ポテンシャルエネルギー”のどこが理解できないのか?

18s2046: 多核系一電子系 (H_2^+) では円運動ではなく楕円を描くように電子が動くと予想されるがこの場合における境界条件はどのようなものになるのか M: 楕円と考える根拠は何か? // 等角二原子分子の基礎としての水素分子イオンについては、その取扱い方について、教科書や参考書をよく読んで勉強すれば分かるのでは? // 18s2029 も参照

19s2003: ルジャンドル方程式の解き方がいまいよく分からないです。どういう方法を使えばいいのでしょうか? M: 講義や教科書では全く説明していませんが、どの“解き方”の話をしているのか? // 物理数学の参考書や、“理工系の数学 A”の教科書をよく読んで勉強すれば分かるのでは?

19s2005: p.209 の、 ϕ について一価の関数であるという要請、とはどういう意味ですか M: 言葉通りの意味だが、何が分からないのか? // コトバの意味が分からなければ、辞書を見ればいいのでは?

19s2007: ϕ の値を測る原点はどこにあって解に影響しないとありましたが、 θ の値を測る原点は解に影響しますか。 M: 本気か? // θ がどここの角度なのか、よく考えてみればいいのでは?

19s2011: 球面調和関数で原子軌道と電子の存在確率を求めると、他の原子との結合の様子を球面調和関数から求められるのでしょうか? M: 自分で判断できないのはなぜか? // 原子間の結合に電子の状態や電子オービタルが関与しているのは当然では?

19s2017: 球面調和関数はどのようなもので何を表していますか? M: 究明調和関数は球面調和関数で、それ以上でも以下でもない。抽象的な関数なので具体的な何かを直接的に表している訳ではないが、一方で様々なものを表しているとも言える。

19s2022: ルジャンドル方程式で有限の解が得られなかった場合は式は解けないのでしょうか。 M: 波動関数を求めたかったので、有限の解を求めた。物理的には有限でない解には意味がないのでは? (物理的実体とは無限大の値をとるものだろうか?)

19s2029: 水素原子のシュレーディンガー方程式を解く以外に、ルジャンドル方程式や多項式を使うことによって求められる物理学の問題や現象はなにがありますか? M: 17s2051 参照

19s2031: ルジャンドル方程式は古典物理学ではよく知られた方程式とありますが、水素原子の θ (θ) を求める以外に用いられることはどんなものがありますか? M: 17s2051 参照

19s2040: ルジャンドル陪関数は覚えるようなものですか? M: 別に、好きにすればいいのでは?

19s2045: 水素型原子のオービタルはどんな風に実用化され、どのような意味を持つのですか? M: 19s2011 参照

19s2046: ルジャンドル多項式が直交しているのは何故ですか? M: 20s2032 参照

19s2049: 電子の「スピン」という概念はシュレディンガー方程式には適応されないのか? スピンがいわゆる回転運動などではないのはわかっているのだが、ただ電子同士を区別するだけのものという認識で良いのか? M: 教科書や参考書では“スピンは第四の自由度”との記述があるはずだが? // またスピン角運動量は磁気モーメントと直接関係がある。教科書や参考書をよく読んで勉強すればいいのでは?

19s2051: 水素原子より複雑な原子のシュレーディンガー方程式は解くことはできますか? M: 教科書 8 章や参考書をよく読んで勉強すればいいのでは?

19s2053: 今回の講義で m が整数であると考えられていました。他の本で m が整数でないと波が存在しないと記述がありました。これは式 6.19 の m が整数でなければ式が成り立たないので波が存在できないと考えていいですか? M: “式が成り立つ・成り立たない”とは、何を意味しているのか? // 20s2047 参照

20s2001: ルジャンドル多項式は物理学の多くの問題に現れるとの事でしたが、他にどんなところに使われるのでしょうか? M: 17s2051 参照

20s2002: 角度部分の方程式が剛体回転子の方程式と同じになることでどのようなことがわかるのですか。 M: 自分で考えてみようとしないのでしょくか? // 解が同じようになるということが分かる :-)

20s2003: ルジャンドル多項式は、 l が偶数なら偶関数、 l が奇数なら奇関数になるとありますが、ルジャンドル多項式の偶奇の違いは、水素原子のオービタルにどのような影響があるのですか? M: もちろん、原子オービタルの対称性・偶奇性が l で決まる。// 例えば ラポルテ禁制 と言ってみるテスト。

20s2005: ルジャンドル多項式の有限ではない解はなんの物理的意味も持たないのでしょくか。 M: 19s2022 のコメント参照

20s2006: 式 6.16 はどのように求められるのでしょうか M: 正気か? // 式の周りの説明を読んで、どこが理解できないのでしょうか? // 変数 ϕ の意味をよく考えれば自明では?

20s2007: 変数変換とは何ですか **M:** 本気か? // 数学の基礎 (微分・積分) を復習する必要があるのでは?

20s2008: 教科書 p.227 の図 6・3 を見ると、2s より 2p の電子の存在確率の極大の方が中心によっています。2p の方が角運動量が大きく遠心力を受けて、2s より中心から遠い場所で存在確率が大きくなりそうと感じます。なぜ 2s より 2p の電子の存在確率の方が中心によっているのですか。**M:** 方程式を解くとそういう結果が得られる。// 軌道運動にともなう遠心力という考え方は、古典的な粒子の運動の描写であるが、電子は古典的な運動をしていない。

20s2009: 「 $\lambda=0$ においても一般性を失わない」の一般性とはなんですか? **M:** 本気か? コトバの意味が分からなければ、辞書を見ればいいのでは? // 対義語の“特殊性 (特殊解)”と対比させて考えてみればいいのでは?

20s2011: (6.13) は定係数ではないので簡単には解くことが難しく、変数変換をしてルジャンドル方程式として解くことが教科書に掲載されていますが、もっと分かりやすく解くことができないのか。**M:** もしそんな方法があったとして、教科書や多くの参考書を見ても一切記載されていない理由があるのか考えてみればいいのでは?

20s2012: Φ の規格化によって A^2 が $1/2\pi$ となります ($p \geq 0$)。 $1/2\pi$ とはどういった意味があるのでしょうか。角度を表す最小の値? なののでしょうか。 **M:** 自分で考えて分らないのはなぜか? // “A” にはどういう意味があるか?

20s2013: 教科書中にルジャンドル方程式は極座標を使って表される色々な問題にでてくるとありますが、水素型原子の問題の他ににどのような問題に使われますか? **M:** 17s2051 参照

20s2015: θ のみの関数で表されるシュレーディンガー方程式と ϕ のみの関数で表されるシュレーディンガー方程式について、どちらも角度に関する方程式であるのに、 ϕ の方は比較的シンプルな方程式であるのに対して、 θ の方は簡単には解けないような複雑な方程式となるのはどうしてか。計算すればそうなるからとしか言えないのかもしれないが... **M:** 極座標系において θ と ϕ の意味は異なるし、両者は等価ではない。

20s2016: 円や球体以外について考えるときに今回のような周期的な境界条件を用いて考えるものはあるか? **M:** 自分で考えてみればいいのでは? // 円や球体は閉じている図形である。では、閉じていないもので周期性を持つものはあるだろうか?

20s2017: 球面調和関数は粒子のどのような状態を表している関数ですか? // もし、仮にある日の講義の内容を完璧に理解し、質問カードに記すことがないときはどのような対応をすればいいのですか? また、内容を理解し、質問がなかった場合どのような評価をするのですか? **M:** 自分で考えて分らないのはなぜか? // 水素型原子においては、電子の波動関数 (の一部) で、量子数 l が関係している。// 質問は積極的に作るものです。また、単に理解できない所を聞くのは、あまり良い質問とは思えません。

20s2018: Φ の一般解を求め、境界条件を用いる時に、一価であることは示されていますが、残りの有限、連続であるという条件はどのように確認するのでしょうか。 **M:** 本気か? 自分で考えて分らないのはなぜか? // 得られた解が有限かどうか、自分で判定できないのか? もしも得られた解が連続な関数出ないならば、そもそも二階微分とかどうするつもりなのか?

20s2019: 6-13 式を $\sin$ のまま解くとした場合やり方がわからなかったのですがどのようにすればいいのでしょうか **M:** 変数変換によりルジャンドル方程式に帰着させる方法を使わないのはなぜか?

20s2020: ルジャンドル方程式が無限の解を持つ場合、この式はどのような問題に使えるのですか。**M:** 私は知りません。調べて分かったら、教えてくださいネ // 19s2022 参照

20s2021: 水素原子以外にルジャンドル方程式が成り立つものは存在するののか? **M:** 17s2051 参照

20s2022: ルジャンドル多項式が直交していることはなにか物理的意味をもつのでしょうか? **M:** 20s2032 参照

20s2023: ルジャンドル多項式はどうして $x=1$ の時に 1 になるという初期条件を課すのですか? **M:** 教科書 p.212 の記述の何が分からないのか? // もしも 1 になるという初期条件が無ければ、教科書 p.212 の説明のどこに不整合が生じるか?

20s2024: 言葉の意味についての質問なのですが $6 \cdot 1$ の題にもなっている「厳密に」解けるの厳密とはどういうことでしょうか? 辞書などで引いてみたところ「非常に細かいところまで則っている」などといった意味が出てきました。 **M:** 20210413 の 20s2037 参照

20s2025: ルジャンドル多項式とエルミート多項式のそれぞれの特異性はどのようなものなのか。関係性はどのように言い表せるのか。 **M:** 直交多項式 と言ってみるテスト

20s2026: 球面調和関数の調和とは何の性質からきているのですか? 何が調和的なのか。 **M:** 本気か? 自分で考えて分らないのはなぜか? // 教科書や参考書で“調和振動子 (harmonic oscillator)”を学んだはずであり、そこでは波はフックのポテンシャルに従って単一の正弦波 (または余弦波) で記述されていた。

20s2027: (6.14) から一般解を求めるときに、一般性を詳しく考える必要はないのですか? **M:** 詳しくも何も、教科書 2 章から何度も出てきている微分方程式なので、一般解は普通に十分に議論されているのでは?

20s2028: オイラーの式とルジャンドル方程式にはどのような関係性がありますか? **M:** 私は知りません、調べて分かったら、教えてくださいネ。

20s2030: (6.13) において定係数ではないため、簡単には解けないといっているが、もし、定係数であれば簡単に解くことができるのか? **M:** 物理数学の参考書をよく読んで、“理工系の数学”を復習する必要があるのでは?

20s2031: 水素型原子について考えていると思いますが、2 つの粒子に着目する場合、リチウムなどで最外殻電子と原子核だけに着目することはできないのでしょうか。一部の物理現象をみるには ϕ の値を測る原点を固定する必要があると思うのですが、その必要はないのですか。 **M:** 20s2044 参照 // s-オービタルには方向性は無いが、p-オービタルには方向性がある。

20s2032: $m=0$ の時のルジャンドル多項式の解が直交することは計算すれば明らかですが、ルジャンドル多項式の解が直交しなければならないのはどうしてですか。 **M:** ルジャンドル方程式は、固有値方程式と見ることもできる。

20s2034: ひとつの系において動径方程式の解と角度部の方程式の解を同時に求めることは可能ですか。 **M:** ここで“同時に求める”とは、どんなことを意味しているのか? // 教科書や参考書に書かれている変数分離法による求め方では、何がイケナイのか? 何が不満なのか?

20s2035: 水素原子オービタルの角度部分は剛体回転子の波動関数でもあるとありますが、二原子分子のモデルも厳密に見れば、一つの原子につき、プロトンと電子が存在し、回転していますが、水素原子のモデルと同じ波動関数でも良いのですか? **M:** 本気か? 自分で判断できないのはなぜか? // 何のどういう運動に対するどんなモデルの話なのか、きちんと考えれば明らかでは?

20s2036: ルジャンドル方程式を立てる時、なぜ、 $0 \leq \theta \leq \pi$ であることが決められているのですか。 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ はなぜ違うのですか。 **M:** 本気か? 自分で判断できないのはなぜか? // 変数の意味と定義域を考えればいいのでは?

20s2037: 講義中美しいと紹介されたオイラーの式、ノーベル物理学賞受賞者ファインマンも、「我々に

とって宝石、数学にとって最も優れた、驚異的な数式。」とその美しさを絶賛とありますが、先生が他にも特に美しいと思う数式等は何ですか。 **M:** 特に考えたことはありません。

20s2038: ϕ の値をはかる原点がどこにあっても変わらないと変数が減るのは何故ですか。 **M:** 特定の値に固定してしまっても一般性を失わない。特にここでは、簡単のために、初期位相を z_{ero} に置いた。

20s2039: ルジャンドル多項式において、 $P_l(x)$ の l の値の奇偶によって奇関数が偶関数かが決定されるのは単なる偶然なのでしょうか？ **M:** 20s2047 参照

20s2040: 講義では水素原子のような形の場合での波動関数を求めているが、それよりも原子番号の大きいモデルで考える場合そのときのポテンシャルエネルギーや運動量などを考慮すれば解くことはできますか。 **M:** 方程式を立てることと、方程式を解くことは、全く別の話。

20s2041: 今日扱った 2 階微分したらその関数の定数倍になる微分方程式の一般解のうち、指数関数で表す解の任意定数 c と三角関数で表す解の任意定数 A にはどんな対応関係があるのか。 **M:** 自分で計算すれば分かるのでは？

20s2042: 極座標系を使う問題にルジャンドル方程式が多く出るとのことですが、(6.13) と同様に変数変換などを使うことによって、極座標系を扱う問題は、ルジャンドル方程式になるのでしょうか。 **M:** あつかう座標系が方程式を決めるとは？ 方程式は問題ごとに決まるのでは？ // 座標系は人が任意に選ぶものなので、

20s2043: ルジャンドル方程式の解が有限となる条件はどのように求めることが出来るのか？ **M:** 20s2047 参照

20s2044: 多電子系について考えたときに、遮蔽効果による影響はポテンシャルエネルギーを求める際にどのように反映されますか？遮蔽された部分については、一つの核として考えるのでしょうか。 **M:** 別に、どう考えてもいいのでは？ // 露わに全電子と核を考えても、外殻電子に対して内殻電子による核の遮蔽を考えてもいいし (有効核電荷). 教科書 p.271 や p.306 など参照。

20s2045: 原子核が中性子を含むのは何故ですか。電荷のバランスを取りたいなら陽子だけで良い気がするのですが。実際、水素は中性子なしで存在していますし。 **M:** 原子核物理学, 弱い核力, 強い核力

を勉強すれば分かるのでは？ // 既に答えは自分で言っているのに気づかないのはなぜだろう？ “電荷のバランスを取りたいなら陽子だけで良い” の対偶は “陽子だけではダメで中性子が必要ならば、それは電荷のバランスを取りたいのではない”。原子番号が小さい元素では陽子数と中性子数が等しいが、原子番号の大きな元素では陽子数よりも中性子数の方が大きい。

20s2046: ルジャンドル方程式はここでは θ 部分の方程式ですが、古典物理学ではどのような解を求めるのに使われるのですか。 **M:** 17s2051 参照

20s2047: ルジャンドル方程式についての質問です。式 6.22 を解く時に、 $\beta=l(l+1)$ ただし $l=0.1.2....$ という条件と $-\frac{m}{r}$ が l の値以下という条件を満たした時のみ有限の解を与えるとありましたが、このふたつの条件を満たさなければルジャンドル方程式は使えず、解は求められないのですか？ **M:** “ルジャンドル方程式が使えない” とは、どういう意味か？ // ルジャンドル方程式の解法は教科書でも講義でも説明を省略したので、興味がある人は物理数学の参考書, “理工系の数学 A” の教科書を参照するように言ったのだが、通じていないようで残念。

20s2048: 微分方程式の一般解において三角関数の式と指数関数の式はどのように使い分けるのか？ **M:** 別に、等価なんだから、どれでもいいのでは？ // 好きにすればいいのでは？

20s2049: (表 6.1) のルジャンドル方程式に $x=1$ を代入すると全て $P(x)=1$ となるのですが、これは水素原子オービタルに何か関係があるのですか？ **M:** 教科書 p.212 をよく読めばいいのでは？ // 定数倍だけ異なる波動関数には、物理的にどんな意味があるのか？

20s2050: ルジャンドル多項式の m の値が違うことは物理的にどのような違いがあるのですか？ **M:** 抽象的な数式・記号なのだから、あつかう問題によって物理的な意味は異なる。

20s2051: ルジャンドル多項式が物理学の多くの問題に現れるとあるが、それらの問題に何か関連性はあるのか？ **M:** 多くの物理現象についての問題が、みな同じルジャンドル方程式の形に帰着されるということは、抽象的な共通性があるということでしょう。

20s2052: オイラーの式に関するところで、 $m=0$ は一価有限であることはわかるのですが、連続であるというのは、どういうことですか？ **M:** *関数が* 連続であるということ。 ε - δ とか、数学の基礎を復習する必要があるのでは？