

- 17S2022:** 教科書 150 ページ 4.27 の任意の力学変数とは例えばどのようなものがあげられますか? M: 本気か? 同じ問題の後半部分で具体例が挙げられているのだが, 読み取ることができないのだろうか? // 運動量, 位置, エネルギー, その他の力学的に興味のある物理量.
- 18S2003:** 固有値を実数にするためには, エルミート演算子を使うことが唯一の方法なのでしょうか? M: 本気か? “エルミート演算子の固有値は実数である” という定理がありその証明は自分で考えてみるように講義でも述べたのですが, 自分で考えたり調べたりしても分からなかったということでしょうか? // 証明の内容をよく吟味すれば, 逆もまた真なりということが分かるはず.
- 18S2010:** 不確定性は数学的にだけではなく位置と運動量のように現実の物体でも当てはまるか M: 意味不明 // 現実の世界での様相を理論的に数式で記述しているのでは? // 自然観・物理観がオカシイのでは?
- 18S2014:** 定義になる理由が少し不明です。 M: 何の話か, 全く意味不明
- 18S2018:** 異なる波動関数が直交するというのが二乗の積分が 0 になるということですが, 直交すると 0 になるのは何故でしょうか。 M: 勘違いの予感 // 相異なる波動関数がたがいに直交する の定義を確認する必要があるのでは?
- 19S2003:** 過去の期末レポート課題を復習に用いようと考えているのですが, 模範解答やそれに準ずるものは宮本先生側から提示することはないのでしょうか。また, 提示しない場合居室へ赴いたりメールで質問するなりして解説していただくことは可能でしょうか。 M: 何点ねらいの質問か? この質問をこの場でする意味があるのか?
- 19S2004:** 演算子が可換か可換でないか分かると何を判断できるのですか? M: 本気か? 講義でも説明したが, 教科書 4.6 節のタイトルもよく読めばいいのでは?
- 19S2005:** 波動関数が互いに直行しているとはどのような状態で, それがわかることは何に役立つのですか。 M: 直行とは? // 直交は直交, それ以上でもそれ以下でもない。 // 二直線が直角に交わっているとはどういうことか, それがわかることは何に役立つのか?
- 19S2011:** 二つの異なる波動関数が縮退していて, 同じエネルギー固有値をもつ場合, 教科書 p.139 の式 (4・29) の $\delta_{ij}=0$ の条件は使えないのでしょうか M: “条件を使う” とはどういうことか, 意味不明。 // 縮重している波動関数と別の固有値を持つ波動関数とは互いに直交している。縮重している二つの波動関数が互いに直交しているかどうかについては例題 4.3 とその後の教科書の記述を読めばわかるのでは? 線形結合をとることにより互いに直交するようにすることはできる。“シュミットの直交化法” と言ってみるテスト。
- 19S2017:** 演算子に虚数を使われているものもありますが, 想像上の数値がなぜ演算子としての機能を得るのですか? M: 本気か? そもそも虚数が存在するのはなぜか? 想像上の数値が存在しているのはなぜか? // 逆に, 虚数がなぜ演算子として用いられてはイケナイのか?
- 19S2022:** 互いに直交しない固有関数も存在するのでしょうか。 M: 19S2011 参照
- 19S2026:** 波動関数を規格化すると計算が簡単になり, 扱いやすくなることが分かりましたが, 他にも利点はあるのでしょうか。 M: 単位ベクトルのノルムが 1 になっているのはなぜか? // “扱いやすくなる” の範囲が広すぎますが, それで十分なのは? 他に利点が必要なのか?
- 19S2045:** 量子力学的演算子はどのようにして導きだされたものなのか。 M: 位置と運動量の演算子を基本にして, あとは組み合わせで作られる。古典力学的に興味ある種々の物理量は位置と運動量を組み合わせで作られる。その位置と運動量を形式的に演算子に置き換えることで量子力学的な演算子が作られる。
- 19S2051:** エルミート演算子を使わなければ固有値を実数に変えられないのでしょうか。他のもので代用できないのでしょうか。 M: “固有値を実数に変える” とはどういうことか? 実数でない固有値を実数に変えるとは? 何のためにそういうことをする必要はあるのか?
- 20S2001:** 量子力学の演算子の固有値は実数である必要がありますが, これはどのような実験から分かるのでしょうか? M: 正気か? 演算子の固有値が測定値・物理量なのだが, 観測される値が実数じゃないことってあるのだろうか? ものの長さ (粒子の位置) が虚数ということはあるのか?

- 20S2002:** 今回の講義で出てきたエルミート演算子はエルミート行列と何か関係があるのか。 **M:** エルミート演算子についての行列要素はエルミート行列を形成する。または、量子力学の表現形式の一つである行列力学において、エルミート演算子の表現行列がエルミート行列になっている。// エルミート行列とはどのような行列のことか？ エルミート行列の定義は？
- 20S2003:** 物質は波と粒子の性質を持っていますが、物質にもドップラー効果は起こるのですか？また、どのようなことに利用されているのですか？ **M:** 本気か？自分で考えて分からないのはなぜか？// どのような波についてドップラー効果が観測されるのか？ 接近してくる粒子と遠ざかっていく粒子とで、物質波の波長は違うか？
- 20S2006:** どうして標準偏差を用いるのですか？ **M:** 別に、必要だから使うのでは？ 使いたくなければ使わなくてもいいのでは？
- 20S2007:** 古典力学の一般原理は 4 章で紹介された全ての仮説に当てはまるのか？ **M:** 正気か？ 古典力学では系の状態を表す波動関数があるのか？ 粒子の存在確率は波動関数の二乗 (に比例する) なのか？
- 20S2010:** 式 (4.44) の \hat{A} と \hat{B} が可換ならば、 a と b を任意の精度で同時に測定できるというのは、不確定性原理に矛盾してないですか。 **M:** 本気か？まさしくその式で計算すれば、 a と b の不確かさ (標準偏差) の積の最小値が零になるとわかる。可換でなければ交換子が零でないので不確定性原理そのものになるが、そのどこが “不確定性原理に矛盾” なのか？
- 20S2011:** 測定に不確かさがあるということは、量子力学においてどのようなことを言えるのか。 **M:** 別に、教科書や参考書をよく読んで考えればいいのでは？// ちなみに、古典的粒子についても測定に不確かさがあるのは当たり前では？
- 20S2012:** エルミート演算子とエルミート行列はどちらも公理ですか？エルミート演算子を行列で表したものがエルミート行列という関係ですか？ **M:** 意味不明。演算子や行列が公理とは、どういう意味か？// 20S2002 参照
- 20S2016:** エルミート演算子であることを確かめるための方法として、式 (4・3 1) を満足するかどうか調べる以外の方法はありますか？ **M:** 本気か？ 定義以外の何を使うというのか？
- 20S2018:** エルミート演算子はエルミート行列と直接的に繋がりはあるのでしょうか。 **M:** 20S2002 参照
- 20S2021:** 標準偏差や分散で不確かさを表すのはなぜですか？ **M:** 別に、使わなければいけないなどという決まりなどない。他に手があるのなら、それを使えばいいのでは？
- 20S2024:** 固有関数が直行性を持つということは、波動関数の内積が 0 になるということですが、それはゆまゆまり波動関数同士の重なりがないということでしょうか？ **M:** 直行とは？// 自分で判断できないのはなぜか？// 教科書や参考書をよく読めば分かるのでは？// 波動関数に重なりが無い事 (ベクトルの内積・射影がゼロ) の物理的意味は何だろうか？
- 20S2026:** エルミート演算子は、表示系が変わってもエルミート演算子なのでしょうか？// 波動関数を位置座標表示から運動量表示に変えたとしても、エルミート演算子の演算が担保されるのでしょうか？ **M:** 表現行列をユニタリ変換しても (基底系を変更・変換しても) エルミート性は保持されると思われます。正しくは自分で確認してみてください。20S2002 参照 // エルミート演算子の演算とは何のことか？ エルミート演算子と他の演算子の演算にどんな違いがあるのだろうか？
- 20S2028:** 不確定性原理より制度の高いものが証明された時、量子力学は大きく変わりますか？ **M:** 自分で判断できないのはなぜか？// 科学史を勉強すればいいのでは？ 量子力学や相対性理論が発見された現代において、ニュートン力学は変わったか？
- 20S2029:** 波動関数の直行の概念は線形代数のベクトルの直行を意味しますか **M:** 直行とは？// 自分で判断できないのはなぜか？// “関数空間” と言ってみるテスト
- 20S2030:** 定常状態ではない波動関数は実際にどんなものがありますか？ **M:** 20S2038 参照
- 20S2031:** 量子力学において演算子は基本的にエルミート演算子であると仮定するケースが多いが、反エルミート演算子を考えることに意味はあるのか。 **M:** 仮定することが多いかどうかは、統計をとったことがないので知りません。// 基本的にそう仮定するのも、無条件にそうなのかと言われても知らない。// 反エ

ルミート演算子は物理量と直接関係しているわけではないので、物理的な意味は無いと思われるが、数学的な理論構成としては興味もたれるのでは？

20S2033: やはり、複素数の運動量というのが納得できません。現実に起こりえることなのですか？ **M:** 講義でもした説明が全く理解されていないようで残念。// 本当に運動量 (一般に観測量・物理量) は複素数なのか？

20S2035: エルミート行列とエルミート演算子ではどのような関係が成り立ちますか？ **M:** 20S2002 参照

20S2036: 運動量と位置について任意の精度で同時に測定することはできないが、もし全く同じ状態の系の運動量と位置を片方ずつ測定したらそれを測定値とすることはできないのか。必ずしも同時に測定する必要はあるのか。 **M:** 本気か？ 例えば古典力学的には、現実の系を表す運動方程式の解に対して境界条件が二つ必要となる。それを初期条件として運動の軌跡を求めるならば、初期位置と初速度 (運動量) の二つが必要なのだが..... // 系の運動量と位置を片方ずつ測定したとして、その測定値の運動量と位置を持つ系はどの系のことか？

20S2037: 波動関数の異なる固有値の固有関数が直交するから排他原理が出てくるのですか？ **M:** 教科書 p.311 や参考書をよく読めば分かるのでは？

20S2038: 時間に依存する方程式とはどのような状況の時に用いるのでしょうか。 **M:** 時間に依存する現象だと何度も言っているのだが、全く通じていないようで残念。// 20220104 の 20S2010 参照

20S2039: 可換な演算子の場合に 0 演算子を導入するのは何となく意味がわかるのですが、可換でない演算子の場合に恒等演算子を導入する必要性がよくわかりません。単に交換子は演算記号が含まれていなければならぬため無理やり演算子を導入したという解釈であってまますでしょうか？ **M:** 自分で判断できないのはなぜか？ // 20220104 の 20S2036 参照

20S2040: 教科書には化学者が興味をもつほとんどの場合は～時間に依存しないシュレディンガー方程式で表せると記載されていて、このときのほとんどに当てはまらない場合はどのような現象を指すのですか。 **M:** 20220104 の 20S2036 参照

20S2041: 不確定性原理と可換な交換子には密接な関係があると p145 に記載されていますが、これは数学的な理論と現実の測定とを結びつけるためなのでしょう。 **M:** “結び付けるため” という目的関係を導入する意味が分からない。// そもそも物理理論は何のために存在するのか？ なぜ数学というコトバで記述されるのか？

20S2042: 運動量と位置は不確定性の関係にあり、任意の精度で運動量と位置を同時に測定できないとあるが、なぜ不確定性を持つと実際に測定できないことがわかるのでしょうか。 **M:** 本気か？ 不確定性を持つとはどういう意味なのか、理解していない予感。

20S2043: 多原子分子においてもバネでつなぐことで、同じような考え方はできるのか？ **M:** 意味不明。“同じような考え方” とは、何と同じという話か？ // できるできないではなく、考えたいのであれば考えればいいのか？ 誰も何も禁止していないと思うが？

20S2046: モースポテンシャルはどのようにして求められたのですか。 **M:** 考え出したモース本人に聞けばいいのでは？ :-p

20S2047: 恒等演算子 I は 1 をかける演算子であるが、単に 1 をかけるだけなのになぜ演算子を導入するのでしょうか。1 をかけるだけなら、わざわざ恒等演算子と名前をつけて演算子を導入する必要はないのでは、と思いました。 **M:** 20S2039 参照

20S2052: 規格化直行系の組からわかることはなんですか **M:** 直行とは？ // 別に、それだけでは何とも言えないのでは？ 波動関数から何が分かるのかは、公理 1 に書かれている通りでは？ // 規格化直交系である単位ベクトルの集合 (基底系) から何が分かるのか？ // 20S2024 も参考に

21S2001: エルミート演算子だから左辺は 0 になると 4.29 に記述されているが、なぜ 0 になるのか？ **M:** 4.29 とは何のことか？ // “エルミート演算子だから” と理由が書かれているのに、何が分からないのか？ エルミート演算子の定義を確認すればいいのでは？

21S2002: 教科書には $\hat{A}\phi_n = a_n\phi_n$ の \hat{A} と ϕ_n は複素数になるが a_n は必ず実数になると記載されています

が、 \hat{A} のみが複素数であるとき a_n も複素数になってしまうような気がするのですが、どのように解釈すればよいのでしょうか **M:** 気がするのはあなたの勝手だが、それが正しいのは気のせいと思われる。// 18S2003 参照

21S2003: エルミート演算子ではないですけどディラック方程式にもエルミート行列って使われていたのが同じようなものですか? **M:** 本当にディラック方程式にエルミート演算子は使用されていないのか? // 20S2002 も参照

21S2004: 固有関数の直交についてです。箱の中の粒子で考えると波動関数がお互いに直交ということで粒子の状態は二つしかないということですか? **M:** 本気か? 一次元の箱の中の粒子の問題について、自分で解 (波動関数とエネルギー) を求めてみれば、粒子の状態がいくつあるか分かるのでは?

21S2005: 教科書 138 ページに書かれているように、「量子力学演算子に付随した測定において、観測される値はその演算子の固有値だけである」にもかかわらず、「波動関数と量子力学演算子は複素数になりえる」というふうに、実験結果と数学的な結果が異なるのはどうしてか? **M:** 勘違いの予感。どこがどう異なるというのか? // 演算子の固有値と演算子は同じものなのか? 18S2003 も参照

21S2007: 規格化直行している関数があるならば、規格化直行していない関数は存在するのか。また、存在する場合、規格化直行していない関数はどのような時に用いられるのか。 **M:** 直行とは? // 本気か? 任意の関数は規格化されているとは限らないし、また互いに直交しているとも限らない。// 必要なところで必要な関数を使えばいいのでは? // 波動関数は状態を表す状態関数なので、系が規格化直交していない関数で表される状態なら、その関数を用いればいいし用いるしかないのでは? // 19S2022 も参照

21S2008: どうして時間に依存しないシュレディンガー方程式より依存する方程式の方が考えにくいのですか? **M:** 本気か? 変数の数が多いものと少ないものとで、どちらが考え易いか?

21S2009: 公理は他の結果を導くための前提であり、導き出されるようなものではない。というのですが、公理に矛盾がないことを証明できないのであれば、そこから導かれる結果も正しい「かもしれない」結果、ということになります。導かれた結果を正しいものとして信じて良いもののでしょうか。 **M:** 本気か? 論理学を復習する必要があるのでは? // (+) 前半については勘違いでしょう。もしも考えている公理系に矛盾があるのならば、そこから導かれる定理に矛盾が生じるのでそれとわかる。矛盾が無いのであれば、ゲーテルの第二不完全性定理 と言ってみるテスト。// 論理的に正しい理論であっても、それが物理的な現実と合わなければ意味がない。最終的に理論の正当性は実験事実と一致するかどうかで判定される。

21S2010: 教科書に、電子を区別する実験は知られていないとありますが、実際もし電子をそれぞれ区別して考えることが出来たとして、それになにか有用な点はありますか。 **M:** 現実には区別できないので、私は知りません。区別できたら何の役に立つのか自分で考えてみればいいのでは?

21S2012: “時間”にも素粒子のような最小単位のもが存在しているのですか。 **M:** プランク時間 と言ってみるテスト

21S2013: 系が式 (4・21) で与えられる固有状態をとらなければどのようなになるのですか **M:** 別に、他の波動関数で状態が記述されるだけでは?

21S2014: 対応する演算子の交換関係を調べれば、2つの物理量が不確定性の関係にあるかわかるとおっしゃっていましたが、不確定性とはどのような関係のことを指すのですか? **M:** 本気か? 教科書 p.27 や参考書をよく読めば分かるのでは?

21S2015: 教科書 P138 で、量子学演算子の性質にある一定の制限を課すとあるが、制限によって得られるメリット等がありますか。 **M:** そもそもどんな制限なのか、教科書の当該箇所をよく読めば、その制限の必要性や重要性も明らかかなのでは?

21S2016: 物理量を演算子として扱うことに疑問が残ります。演算子は作用する関数がなければ意味を持たないと思いました。固有値が観測値とするなら、その前の波動関数は求めたい対象の状態を表していないんですか? **M:** 公理 2 により、どの状態に対する固有値なのか明らかでは? // “その前” とは何のことか?

21S2019: エルミート演算子の活用のされ方はなんですか。 **M:** 教科書 p.141 の公理 2' やその後の教科書の記述をよく読めば分かるのでは?

- 21S2020:** 核間ポテンシャルエネルギーを表す式はありますか？ **M:** 教科書 5.3 節や参考書を読めば分かるのでは？
- 21S2022:** 教科書 P144 に「不確定性原理と二つの演算子の交換子との間には直接的な関係がある」とありますが、今回の講義での話が不確定性原理を証明する理由なのですか。不確定性原理の証明法はほかにあるのでしょうか。 **M:** 勘違いの予感 // 講義でどの話が不確定性原理を証明する理由だというのか？ // そもそも原理なので別の定理などから証明されるようなものではない。
- 21S2023:** (4・40) で 1 を掛ける恒等演算子を作用させるのはなぜですか。 **M:** 20S2039 参照
- 21S2024:** 存在確率を求めらうで規格化は絶対ですか。 **M:** 本気か？ もしも規格化されていなければ、全空間のどこかに粒子が存在する確率 (必ず起こる事象の確率) が 1 以外になるわけだが、// 平均値を求める $\langle a \rangle = \frac{\int \psi^* \hat{A} \psi d\tau}{\int \psi^* \psi d\tau}$ が規格化でないというのであれば、波動関数が規格化されていなくても良いことにはなるが、この式の分母は規格化定数であって波動関数を規格化するときに行うことと同じことをしているのだが。
- 21S2025:** 演算子を使うとどのようなことができるのですか？ **M:** 20220104 の 20S2052 参照
- 21S2026:** もし 2 つの異なる波動関数が縮退し同じエネルギー固有値を持ったならば式 (4.29) の $\delta_{ij}=0$ の条件はつかえないのか **M:** 19S2011 参照
- 21S2028:** 標準偏差は不確かさと同じ意味なのでしょうか。 **M:** 20S2021 参照
- 21S2029:** 波動関数で $\psi(x)$ は行儀よくなければなりません、連続でも微分不可能な場合があるときは波動関数ではないということですか？ **M:** 20220104 の 20S2040 参照
- 21S2030:** エルミート行列とエルミート演算子は関係ありますか **M:** 20S2002 参照
- 21S2031:** 不確定性原理について質問です。ネットで不確定性原理より誤差の小さい「小澤の不等式」というものを見ました。この授業で導かれた不確定性原理も正しいとは思いますが、より精度の高い方が扱われないのには理由がありますか。 **M:** 著者に聞けばいいのでは？ // 物体の運動を表すのにニュートン力学よりも相対性理論や量子力学の方が正しいにもかかわらず、高校で古典力学を学び、より精度の高い方が扱われないのにどんな理由が考えられるだろうか？
- 21S2032:** $K_x P_x$ に波動関数を作用させるとは具体的に物理的にはどのようなになるのでしょうか **M:** (+) 一般に、演算子とは何か？ // 演算子は関数に作用して別の関数とを与える。// 波動関数とは何か？ 別の波動関数とは何か？
- 21S2033:** 演算子が交換可能かどうかは実際に計算しなければ解らないのか？ // 固有関数が直行するというのは具体的にどんな状態なのですか？ **M:** 計算する以外にどんな方法があるというのか？ // 直行とは？ // 20S2024 参照
- 21S2034:** 時間以外に依存するシュレディンガー方程式はあるのか **M:** 本気か？ 波動関数は位置を変数とする関数なので、シュレディンガー方程式は位置に依存していると言えるのでは？
- 21S2036:** 波動関数が直交していることをグラフなどで視覚的に確認することはできますか。 **M:** 自分で関数のグラフを重ねて描いてみれば分かるのでは？
- 21S2037:** (4.40) 式において、恒等演算子 (\hat{I}) を導入しない場合でも答えが変わらないと思ったのですが、ここで恒等演算子を用いるべき理由はあるのですか？ // 任意に与えられた 2 つの異なる波動関数を直交化させることは可能ですか？ **M:** 20S2039 参照 // 19S2011 のコメント末尾参照
- 21S2038:** p137 の化学者が興味をもつほとんどすべての場合とは、求めている解につながるものという意味で考えてよろしいのでしょうか？ **M:** 自分で考えて分からないのはなぜか？ // “求めている解” とは何のことか？
- 21S2039:** 2 つの演算子が可換ではないと不確定性の関係にあるのはどうしてですか？ **M:** (4.44) 式を計算してみれば良いのでは？ // 可換な演算子には同時固有関数が存在する。
- 21S2040:** 古典力学のおおのこの観測量に対して量子力学にはそれに対応した線形な演算子が存在するとあるが、この演算子を用いて古典力学は説明できないのか。演算子というのは波動関数にのみ導入すると考えてよいのか。 **M:** “波動関数に演算子を導入する” とは、どういう意味か？ 具体的に何をどうすることか？

// (+) 微妙に勘違いの予感. “観測量に対応した演算子が存在する”とは, “観測量と演算子が等しい”とは全く別の意味である. 量子力学では前者は主張しているが, 後者を主張したことは全く無い. 量子力学で観測量は, その演算子の固有値.

21S2041: 教科書 p144 の恒等演算子について、1 をかけるだけなのに導入する理由はなぜですか。

M: 20S2039 参照

21S2042: エルミート行列とエルミート演算子の関係、違いは何ですか？ **M:** 本気か？ 行列と演算子は同じものかどうか？ // 20S2002 参照

21S2044: 教科書 137p の「化学者が興味を持つほとんど全ての場合」という条件付けにはどのような意味があるのですか **M:** 本気か？ 教科書のタイトルが“物理化学”であって、化学を専攻する学生のための教科書だからでは？

21S2045: 演算子の複素共役とはどういうことですか？ **M:** 複素共役は複素共役, それ以上でもそれ以下でもない. // 演算子の虚数部の符号を反転させたもの. 演算子を任意の関数に作用させ, その結果の複素共役を考えてみれば良いのでは？

21S2046: 観測量の不確定性について、運動量を決めようとした時、位置が定まらず、逆に、位置を決めようとした時、運動量の不確定性は大きくなる。この時の位置と運動量の不確定性関係はどうして生じるのですか。 **M:** ハイゼンベルグの γ 線顕微鏡 と言ってみるテスト

21S2047: 波動関数が互いに直交しているということの物理的な意味とは？ **M:** 20S2052 参照 // 20S2024 も参照

21S2048: 定常状態はなぜ化学において中心的重要性をもっているのか。 **M:** 正気か？ 平衡状態とか安定な状態とか, 化学では重要じゃないのですか？

21S2049: 一組の波動関数が直行系であることからどのようなことがわかるのでしょうか。 **M:** 直行とは？ // 20S2052 参照

21S2052: p.144 に「 \hat{A} と \hat{B} が可換でないときには、式 (4.44) の右辺は 0 にならないだろう。したがって、 δa と δb の間には反比例の関係がある。」とありますが、0 にならないから反比例だといえるのはなぜですか。 **M:** 正気か？ $xy = c (c \neq 0)$ のとき、 x と y の関係が反比例以外の何だということのか？