

16s2052: 直交は垂直に交わることを意味すると思っていたのですが、ベクトルの内積がゼロになる、すなわち垂直に交わるという解釈の方が正しいのでしょうか M: 言葉を作った人に聞けばいいのでは? :-p

17s2025: エルミート演算子は特別な演算子とのことですがどのような点が特別なんでしょうか M: 話の流れを理解されていないようで、残念。// (4.31) 式

18s2006: 量子力学的演算子の固有値は実数でなければなりません、この固有値は主にどのような実験から観測されているのですか。 M: 例えば表 4.1 や参考書を読んで考えればいいのでは?

18s2010: 直交系はグラフ等なんらかの形で直交していることが目視できるものなのか M: 20s2051 参照

18s2014: 固有関数の直交はどんな形であれ交わっていればよいですかすか M: “直交”の意味を理解していない予感

18s2045: 規格化された関数に対してではない時、直交はどのような状況であるか。或いは同じ条件で成り立つか。 M: 何を聞きたいのかわからない。“直交はどのような状況であるか”って、直交は直交した状況でしょ? // 規格化された関数と規格化されていない関数とで状況が異なると考える理由は? // 同じ条件とは、どんな条件か?

18s2046: 運動量の演算子には虚数単位の i が含まれているが観測量さえ実数であれば演算子に虚数が含まれても問題がないということか。 M: 自分で判断できないのはなぜか? // 教科書や参考書をよく読めばいいのでは? // 演算子に虚数単位が含まれていることを禁止するような条項はあったか?

19s2003: 量子力学演算子が実数の固有値のみをとると書いてあったが、表 4・1 を見ると、虚数の i が確認できます。それは何故ですか? M: 必要だからでは? // 演算子に虚数単位を使用していたとして、それがどうかしたのか?

19s2004: エルミート演算子の固有値が実数であることを示すにはどのような計算が必要ですか M: 自分で考えることが期待されている場面で、他人に答えを教えてもらおうとするとは?

19s2005: 2つの波動関数が直交しているとはどのような状態になっているのですか M: 18s2045 の回答参照

19s2011: 波動関数の直交はどのような状態を表しているのか M: 19s2005 参照

19s2012: 直交は内積が 0 になるとき、二つのベクトルのなす角度が 90 度になっていることも示しますが、関数が直交であることで内積が 0 になること以外に示されることはありますか? M: それで十分では? // だって、そもそも“直交”の定義は.....(?)

19s2013: 一つの関数に別々のエルミート演算子を作用させてきた複数の関数は規格化直交系であるといえるのですか M: 自分で判断できないのはなぜか? // 定義に基づいて考えればいいだけでは?

19s2017: 関数を規格化以外の部分でベクトルと同じような考え方を用いることはありますか? M: 直交の話をしたのに、理解されていないようで残念

19s2018: 演算子に虚数を使われているものもあるが、想像上の数値がなぜ演算子としての機能を得ることが出来ているのかわからないです M: なぜ虚数を使ってはいけないのか? // 演算子の定義を考えてみればいいのでは?

19s2022: 物理や数学において、なぜ虚数という概念が必要なのですか。 M: 本気か? // 虚数なしでは解けない二次方程式がある。

19s2026: 規格化直交系で、クロネッカーのデルタを計算したときには解は 1 と 0 の 2 つ出てくるといことですか M: 勘違いの予感 // クロネッカーのデルタは、計算するものではなく、ゼロまたは 1 を表すただの記号。

19s2043: 固有値が実数ならば、その演算子はエルミート演算子ということか M: 結果を教わってそれを暗記するのではなく、自分で証明を試みるなど考えればいいのでは?

19s2045: 量子力学演算子の固有関数は直交するとありますが、固有関数もベクトルと同じように考えても良いのですか? M: 講義で線形代数とかベクトル空間・関数空間というコトバを紹介したのだが.....(?) // 20s2013 参照

19s2049: クロネッカーの δ は良く扱われるが、それを特別にそう呼称することでどんな利点があるのか。 M: よく使う事項・重要な事項に固有の名称を付けるのは普通では?

19s2050: 互いに直交する固有関数があるのなら、互いに平行になる固有関数はありますか。 M: 二つのベクトルが平行とはどういうことか? // 関数で“平行”というコトバは使わないと思うが、同様の状況にあることは考えられるのでは?

19s2051: 演算子が二つ以上のものをまた違う演算子で定義したとき計算する事はできますか? M: 意味不明 何がどうなっている状況を想定しているのか、全く想像できない。// 一般には、具体的な演算子の定義に基づいて考えればいいのでは? どうして自分で考えないのか?

19s2052: 宇宙の拡張を加速させていると考えられているダークエネルギーの存在が最近ゆらいでいる。もし、ダークエネルギーが存在しないのであれば宇宙の拡張に寄与しているのはダークマターのみなのだろうか? M: 私は知りません。宇宙論でも勉強すればいいのでは?

20s2001: 規格化直交系が分かると、どんないいことがあるのでしょうか? M: 与えられるものを待つだけではなく、自分でイイコトを探してみたいかがでしょうか。

20s2002: 固有値が実数であるというのを示す以外でエルミート演算子を使うことはありますか? M: そりゃあるかもしれませんが、自分で探してみたいかがでしょうか。

20s2003: 教科書 144 ページの 1 をかける演算子である恒等演算子を導入したとありますが、1 をかけるだけの演算子なら導入しなくてもよいのではないか? M: 1 をかけることを表すために導入するのではない。// 逆数をどのように定義するか? 逆演算をどのように定義するか?

20s2004: 複数の関数 (4 つ以上) がそれぞれ互いに直交することは可能ですか。 M: 本気か? 自分で考えて分らないのはなぜか?

20s2005: 例題 4.7 のように粒子をリングの上を運動するように制限して、実際に実験するのは不可能なのではないでしょうか。もしできるのならどのようにして行うのですか。 M: 本気か? // 一次元の箱の中の粒子も、現実には実験するのは不可能なのでは? それにもかかわらず存在価値があるのはなぜか?

20s2006: 教科書に問題 4.28、4.29 参照とあったのでみたのですが、4.29 でエルミート演算子だから左辺は 0 になると書いてあったのですが、なぜ 0 になるのですか? M: エルミート演算子とは何か? 自分で計算してもわからないのはなぜか?

20s2007: 一般の状態にする時、なぜ線形状態にしなければならないのか M: 意味不明。“線形状態”とは何か?

20s2008: 二つの異なる波動関数が縮退していて同じエネルギー固有値を持つような場合は、教科書 p.139 の (4・29) 式の $\delta_{ij}=0$ の条件は使えないのですか? もし、直交化したい場合はどのようにすればよいのでしょうか? M: その条件が使えないと不便というか美しくないですね。なので、重ね合わせの原理を用いて使えるようにすればいいのでは? // 例えばシュミットの直交化法

20s2009: 固有関数の直交の例でベクトルの直交がでしたが、固有関数とベクトルは似たものと考え
ることはできますか？ **M:** 19s2045 参照

20s2011: 固有関数が直交するということは関数自体をベクトルとして考えることができるということ
か？ **M:** “関数自体をベクトルとして考える”とはどういう意味か？ 関数とベクトルは同じもの
なのか？ // 19s2045 参照

20s2012: 可換な演算子と不確定性原理には密接な関係があることから、現実には絶対に可換な演算子
はないということでしょうか？ **M:** 本気か？ 正気か？ // どんな演算子も、自分自身や恒等演算
子と可換なのでは？

20s2013: 規格化直交系には単位ベクトルの他にどのようなものがありますか？ **M:** 本気か？ 教科書
4.5 節は“量子力学演算子の固有関数は直交する”なのだが.....(?) // “他に”とは、何を一つと数
えて、その他という話なのか？ 単位ベクトルって、どんなものがあるって、何種類と数えるのか？ //
19s2045 も参照

20s2015: 固有関数が互いに直行しているというのはどんな状態か **M:** そもそも“直行”とは、どう
いうことか？ // 19s2005 参照

20s2016: 単位ベクトル以外に規格化直行系に似ているものはあるのか？ **M:** “直行”？ // 20s2013
参照

20s2017: 共鳴構造をもつ分子も波動関数に従いますか？ **M:** 意味不明 // “波動関数に従う”とはど
ういうことか？ 逆に“波動関数に従わない”とはどういう状況か？

20s2018: $i=j$ のときの積分で、規格化されていない場合に規格化定数で割れば良いとおっしゃってい
たのですが、割って $=1$ にすることで規格化直交系と言うとができるのでしょうか？ **M:** 自分
で判断できないのはなぜか？ // 規格化 とは何か？ 直交系とは何か？

20s2019: エルミート演算子の式で x の関数を x ではない文字で積分していましたがいいのですか？
またその文字はなんですか？ **M:** 自分で判断できないのはなぜか？ // なぜその場で指摘してい
ただけなかったのでしょうか？

20s2020+: 箱の中の粒子の波動関数は互いに直行しているとあるが、箱の中の粒子は一つなのにそれ
に着いての波動関数が複数あるのは何故ですか？ **M:** 本気か？ // “直行”？ // 複数ある波動関
数は、互いに何が異っているのか？ その違いには、どんな意味があるのか?? // (+) そもそも波
動関数とは何か？ 波動関数が異なることは、何を意味しているのか？

20s2021: 波動関数の直交性の証明のうち、シュレーディンガー方程式で $Ax=ax$ (A 行列 x ベクトル
 a 実数) という形になっていますが、 A という行列に対してエルミートという条件を課さなければ
 a が複素数になり観測することができなくなる、ということでもいいですか？ **M:** 複素数とは何
か？ // 自分で判断できないのはなぜか？ 観測できる物理量とは何か？ // シュレーディンガー方
程式で A が行列とはどういうことか？

20s2022: 量子力学演算子の固有値が実数のときの条件は今日の講義で学んだもののほかにもあるの
でしょうか？ **M:** 自分で勉強すれば分かるのでは？

20s2023: 単位ベクトルのようなものは他にありますか？ **M:** 20s2013 参照

20s2024: 規格化直交系で内積を表すことができるとありましたが、ベクトルの内積を成分で表したの
で成分を増やしていけば単位行列を求めることもできるのでしょうか？ **M:** 意味不明 // 成分を
増やすことと、単位行列を求めることとは、どういう関係があるのか？

20s2025: 解の波動関数が複数あるとき、それぞれが互いに直行していなければいけないが、その時電
子の波動関数を考えると 2 つの電子間の静電反発がゼロになるのはなぜか。 **M:** 意味不明. どこ

の誰が、どうして二つの電子間の静電反発がゼロになると言ったのか？ 言った人に聞けばいいの
では？ // “直行”？

20s2026: 波動関数が直行するとは具体的にどういうことか。 **M:** “直行”？ // 19s2005 参照

20s2027: 規格化直交系の話が単位ベクトルと似ているという話がありましたが、ほかに似たような話
はありますか？ **M:** 20s2013 参照

20s2028: 直行するということはベクトルの分野以外でどこで使われてるんですか **M:** “直行”？「現
場に直行する」 // コトバの意味や使用法が分からなければ、辞書を見ればいいのでは？

20s2031: 今回の講義でベクトルの話が結構出たと思うのですが固有関数とベクトルには何か関係があ
るのですか。 **M:** 19s2045 参照

20s2032: 物理量に対応する演算子がエルミート演算子でなければならないということは、物理量の期
待値が実数であるということから証明できますか。 **M:** 自分で考えてみればいいのでは？

20s2034: 高次元の粒子について考えているほど規格化直交系を成す波動関数が多くなるのか **M:** 何
のことか？ 話が分かりにくい。 // 自分で判断できないのはなぜか？ // n 次元の空間を張る基底ベ
クトルの数は？

20s2035: 規格化直交系とベクトルは似ていますが、 $\oint \Psi^* m \Psi n d \tau$ ($m \neq n$) が 0 以外やマイナ
スの値を取ることはあるのですか？ **M:** なぜ、無いと予想されるのか？ // 自分で考えて分から
ないのはなぜか？

20s2036: 曲線で表されている粒子の波動関数はどのように交われば直交していると言えるのですか。
M: 20s2051 参照

20s2037: 位置や運動量は物理量のため期待値は実数でなければいけない、だから物理量を表す演算子
は期待値が実数のエルミート演算子だという解釈であっていますか？ **M:** 自分で判断できない
のはなぜか？

20s2038: 固有関数が規格化直交系を成すことにより生じる利点はなんですか。 **M:** 本気か？ // 講
義で“任意の (波動) 関数は固有関数の線形結合で表現できる”という話をして物理量の期待値を
説明したのだが、全く理解されていないようで残念.

20s2039: 空間上の一点を指定するのに 2 つ変数があれば十分と以前の授業でおっしゃっていた記憶が
あるのですが、空間は 3 次元なので 3 つ変数が必要じゃないのでしょうか？例として地球の緯度と
経度を挙げていたと思います **M:** 記憶違いでは？

20s2040: なぜおのおのの観測量に対してそれに対応するエルミート演算子が存在するのですか。
M: 論理構造を理解されていないようで、残念. // 公理・公準に、それを導出する元になる定理な
どは存在しない.

20s2041: e^{ax} に演算子 Px を作用させたら固有値が $-i\hbar a/2 \pi$ となり虚数になるのですがこれは現実
の実験結果とは対応しない場合だということですか。 **M:** その指数関数は、何のどんな状態を表
しているのか？

20s2042: 古典力学の各々の観測量による固有値は、改めて観測した時に変化するのか、また変化せず
に一定の値を示すのでしょうか。 **M:** 本気か？ 自分で考えて分からないのはなぜか?? // ラプラ
スの悪魔.....(?)

20s2043: 第 3 章、第 4 章とやってきて思ったのだが、量子力学における波動関数を証明したり規格化
したりする際、三角関数が多く用いられているが、量子力学全般においても三角関数はなくてはな
らないものであるのか？ **M:** 本気か？ 勉強すれば分かるのでは？ // 量子力学は何をどう扱う学

問か? // 最も純粋な波は、どのように表現されるか?

20s2044*: エルミート行列とエルミート演算子は関係ありますか **M:** エルミート演算子の表現行列は、エルミート行列. // (4.31) 式のエルミート演算子の定義を, 対応するベクトル・行列・内積 (行列の積) で表現しようとする, 演算子に対応する行列はエルミート行列.

20s2045: 我々の目が捉えている世界は三次元であるという保証があるのでしょうか。奥行きによって我々は三次元だと認識しますが、目に見える像は二次元のそれと何ら変わらないように思えます。**M:** 本気か? // 網膜に投影される像は二次元とみなせるでしょう。だから単眼では奥行きがわからなくて、私たちは二眼の視差で奥行きを認識する。しかし、角運動量やジオ・サパールとかを考えようとすると、三次元じゃないとうまく説明できない。さらに超ヒモ理論だと 12 次元だとかいう話もあるようだし.....

20s2046: 式 $4 \cdot 31$ はどのように求められたのですか。 **M:** 自分でどれだけ必死になって考えたのでしょうか? どんな参考書を読みましたか?

20s2047: $\sum |c_i|^2 = 1$ になるのは規格化の積分の式で説明できるとありましたが、それは全空間にお

ける微小区間の足し合わせを意味する積分と、 $i=1$ から n までを延々と足し合わせていく Σ が同義であるから、ということですか? **M:** 自分で判断できないのはなぜか? // 自分で規格化の積分を計算してみればいいのでは?

20s2048: 2つの波動関数の直交はベクトルの直交のように直角に交わるなど視覚的なことを表しますか。 **M:** 20s2051 参照

20s2049: 演算子の固有値が実数でなければならないのは、ニュートン力学的にも言えるのではないですか。 **M:** 本気か? // ニュートン力学のどこで物理量に対応する演算子やその固有値の話が出てくるのか??

20s2050: 波動関数が直交するということは、グラフにあらわせる次元に限れば、グラフが直交しているということでしょうか? **M:** 20s2051 参照

20s2051: $(4 \cdot 24)$ を満たすとそれぞれの固有関数は直交しているとあるがグラフにしても直交しているのがわかるのですか? **M:** 手や頭を使って考えてみればいいのでは? // 互いに直交する二つの関数の形を重ねて描いて考えてみればいいのでは?