

16s2008: 摂動法には変分法における変分原理のような明確な法則めいた物が記載されていないのに、これが系の近似として必ず良い結果を与えるとわかるのか M: 読み方が足りないのでは? 18s2030 参照

16s2028: なぜエネルギーと波動関数の補正項は交互に追加されていくのか。 M: 摂動法で補正項を求める手順を説明しませんでしたでしたが、順に求めていくことになります。参考書をよく読んでください。(簡易版は章末問題 7.19 で取り扱っている.)

16s2040: 変分法や摂動論は実験値をもとにどれほどの誤差かを求めています、この実験値はどのように求められているのでしょうか、またどれほど信頼に足るものなのでしょうか M: 微妙に勘違いの予感. 変分法や摂動法は, 実験値を基に誤差を求める方法ではない. // 信頼に足る実験値だから, ここで比較対象とされているのでしょう. // 実験値との比較は, 教育的な理由だと思われます.

17s2007: 摂動論は縮退の有無によって、方法や取り扱い方が変わるのででしょうか。 M: 19s2030 参照

17s2028: 第2章では波動方程式を変数分離法で解きましたが、摂動法を用いて古典的波動方程式の近似解を求めることはできるのでしょうか? また、時間と位置の両方に作用するハミルトニアンはどのように考えればよいのでしょうか? M: 自分で計算してみればよいのでは? // 時間と位置の両方に作用するハミルトニアンとは, 具体的にどんなものか? どういう物理的な意味を持つのか?

17s2029: 摂動論において、逐次補正は急速に小さくなって先へ進むにつれて重要でなくなると仮定されているが、この仮定はどんな関数にも当てはまるのか。 M: 全ての関数について確認することはできないので, 私は知りません. // テイラー展開とかフーリエ級数とかは, どうでしたっけ?

17s2037: 問題の分割の仕方によって誤差が大きく変わることはあるか。 M: 教科書 p.263 の“近似的方法を使うことによってシュレーディンガー方程式をほとんど望みの精度で解くことができる”の意味を理解していない? // 摂動法では pp.279-280 の“摂動項が小さければ直感的に式 (7.41) { 注: 問題の系についてのシュレーディンガー方程式の解は式 (7.43) { 厳密に解けるシュレーディンガー方程式 } の解に近いと予想される”とか“摂動論の基本的な仮定は, 逐次補正は急速に小さくなって先へ進むにつれて重要でなくなる”の意味をよくよく考えればよいのでは?

17s2047: 摂動論は高次の計算をすれば良い結果が与えられるが、一般的には何次まで計算すれば良いのか。 M: 何次まで計算すればよいか誰が決めるのか? 基準は何か? あなたはどの程度の結果を良い結果と考えますか? // 摂動項・非摂動項の分割の仕方, 非摂動項に対する摂動項の大きさ(小ささ)により, 収束の様相が異なるだろう. また, 扱う問題によって要求される精度や計算の手間も異なるだろう. → “一般的”という言い方が通用するか? 意味があるか?

17s2051: 例題 7.6 ではそこが傾いた1次元の箱について計算していますが、これによりどのようなことが分かりますか? M: 別に. 底が傾いた系の結果が分かる :-p

18s2004: 摂動法での補正はどの程度の誤差になるまで計算しますか。 M: 17s2047 参照

18s2006: 変分法も摂動論も、どちらも近似により良い結果を得られることが分かりましたが、変分法・摂動論にはそれぞれどのような短所があるのでしょうか。 M: 名前を暗記するだけとか計算手順を暗記するだけではなく, 近似法の考え方を理解すればよいのでは? // 18s2029 も参照

18s2009: 摂動を導入したとき、摂動を増やし続けても摂動部分が厳密に解けない場合はあるのでしょうか? M: 意味不明. “摂動を増やし続ける”とか“摂動部分が厳密に解けない”とは, ということか??

18s2014: 摂動のずれはどこまで許されるものですか M: 17s2047 参照

18s2018: 摂動法を行う際注意すべきことはなんでしょうか。 M: 17s2037 のコメント参照

18s2027: 摂動法に関して、補正項を求め続ければ完全な厳密解と一致することはあるのでしょうか? M: 教科書 (7.45), (7.46) 式のように波動関数とエネルギーを展開したとき, その項の数はいくつになるか? // 補正項は収束するか?

18s2029: 変分法と摂動論はどのように使い分けをしたらよいか。 M: 別に. 好きにすればいいのでは? // 何が分かっていて何が分からないのか, ものごとをどうモデル化してどのように理解したのか, それぞれの状況が違うので適宜選ぶ。

18s2030: 教科書の内容に、摂動論の基本的な仮定は、逐次補正は急速に小さくなって先へ進むにつれて重要でなくなるとありましたが、その場合は逐次補正項を無視して計算してもよいということでしょうか。 M: 自分で判断できないのはなぜか? // どの逐次補正項を無視するというのか?

18s2032: 逐次補正が小さくなっていくつれて、重要でなくなるのは何故でしょうか? M: 本気か? 自分で考えてわからないのはなぜか? // 補正が小さくなると, 解に対する寄与はどうなるか?

18s2038: 箱の中の粒子の基底状態のエネルギーを求める際に変分法を使うとき、試行関数として $x_1(a-x)$ の項は箱の端で波動関数は0になることは既知なので必ず必要なのか。それとも精度を上げるために必要と考えたのか。 M: 自分で判断できないのはなぜか? // 既知の性質をあらかじめ考慮することと, 精度を上げるために必要なことは, 対立事項なのか?

18s2040: 概数に修正項を加えても真値と等しくなることはないのか M: 本気か? 自分で判断できないのはなぜか? // それぞれの値における不確かさは?

18s2043: 金属のような、電子が隣接電子に移動しやすい系でも、変分法を用いることはできますか? M: 意味不明. “電子が隣接電子に移動する”とは, 何がどうなることか? // 変分法を適用可能かどうかは, 系の物理的性質に依存するのか?

18s2045: 試行関数と実際の波動関数の離れを確認するうえでグラフを用いていたが、例えば試行関数と実際の関数の差の関数をとって得た値はどのような意味を持ちますか。 M: 自分で判断できないのはなぜか? // 差という意味を持つのでしょ?

18s2046: 摂動を補正することで $n-1$ の摂動の補正からズレが大きくなることはあるのか M: 意味不明. “摂動を補正する”とは, ということか?

19s2001: 変分法では解を改良する方法があるのでよく使われているとの事ですが、摂動法では解は改良できないのですか。 M: 17s2037 のコメント参照

19s2002: 変分法と摂動論はどのように使い分ければよいのでしょうか。 M: 18s2029 参照

19s2004: 実際には摂動法はどんなときに使われますか? M: 18s2029 参照

19s2005: 変分法と摂動論はどのような基準で使い分ければよいのか M: 18s2029 参照

19s2006: 摂動法で求められた解と変分法で求められた解に有意差はあるか。 M: 教科書 p.263 の“近似的方法を使うことによってシュレーディンガー方程式をほとんど望みの精度で解くことができる”の意味を理解していない?

19s2007: 試行関数 ϕ における a とは何を表しているのですか。 M: 意味不明. 唐突に何の話をしているのか?

19s2009: 摂動法の誤差は1%という、極めて小さな誤差だが、なぜ変分法よりも摂動法の方が優れてた近似をすることができるのでしょうか? M: 19s2006 参照

19s2010: 古典力学における摂動において、水星の運動は太陽から受ける引力によって乱れるのか、また数値として表せるのか。 M: 摂動という言葉・手法は, 元は天文学で惑星の運動を計算するために開発されたと聞いたことがあります. つまり惑星は太陽の引力の元で運動しているだけではな

く、他の惑星からの引力の影響も受けて運動しているということ。すなわち数値として求めなければ意味がない。

19s2011: “摂動が小さい場合、未知の系の解は既知の解に近い”とありますが摂動が小さいとみれる範囲はどのくらいですか？また、それは計算して出せるものなのでしょうか **M:** 本気か？“小さい”は、主観的評価だと思うが？ // もしも客観的な境界線があったとして、その直前と直後の値は、前者は小さいが後者は小さくないとなって、取り扱いが全く異なることになる。両者はこんなに劇的に扱いを変えなければいけないほど、本質的に異なるものだろうか？

19s2012: 摂動法で、未知の系の波動関数やエネルギーを展開していくときに、どのように考えて適切な補正項の数を決定するのですか。 **M:** 17s2047 参照

19s2013: 未知の系のハミルトニアンを非摂動ハミルトニアンと摂動ハミルトニアンとに分けると、どこで項でそれらを区切るかは自由だと言っていました、区切る場所によって計算して求められるエネルギーの近似値や近似波動関数に変化することはあるのでしょうか。 **M:** 17s2037 参照

19s2014: 縮退のある系でも摂動論を使うことはできますか。 **M:** 19s2030 参照

19s2015: 変分法の2つのうちどちらをどういう時に使うのかということは決まっているのか **M:** 二つとは？ // 18s2029 参照

19s2016: p280 に逐次補正は急速に小さくなって先へ進むにつれて重要でないといえるが、重要になる例はあるのか。（基本的な仮定は、とあるので） **M:** 一次の摂動項はたまたまゼロだが、二次の摂動項は存在する（ゼロではない）、等の例はある。

19s2018: 摂動方でも励起状態のエネルギーを求めることは可能なのか？ **M:** 計算方法をよく理解すれば明らか。

19s2019: 変分パラメーターを増やす時に、注意すべきことはありますか。 **M:** わかりません。普通に増やせばいいのでは？ // もちろん系の物理的な特性を反映した試行関数を選ぶわけだが。

19s2020: 永年方程式を解き E を N 個得られたとき、N 番目の大きさの E ほど必ず E の近似値や近似波導関数が粗くなるのでしょうか。 **M:** 19s2048 参照

19s2021: 必要に応じて補正項を増やしていくと仰っていましたが、増やしすぎると値はどんどん離れてしまうのでしょうか？ **M:** なぜそのように考えたのでしょうか？ // 19s2012, 18s2030 も参照

19s2022: 摂動法において逐次補正を行い続けられれば、未知の系の解は真の解と全く誤差がない状態まで到達するのでしょうか。 **M:** 18s2027 参照

19s2023: 摂動論について、調べてみると時間依存性がある時もあると分かりました。それについて、時間依存性の有無によって、どのような相違があるのでしょうか。[追記は省略] **M:** 時間依存の摂動については、教科書 p.563 や参考書を読めばいいのでは？

19s2024: c と α について E の最小化をするのは複雑なので数値計算をしなければならないという記述があるが、何故、複雑である場合、数値計算をしなければならないのか。また、複雑ではない場合、数値計算はいらないのか。 **M:** 数値計算と対峙する言葉は、解析的な計算つまり普通に式の変形の計算（四則演算・開平・微分積分など）。解析的な計算と数値計算と、どちらが簡単だろうか？

19s2025: 摂動法について調べると3つ以上の天体の運行について考えるときに使うことができるとあったのですが、変分法が古典物理学の範囲で使われているものは何かありますか **M:** 古典物理学に限らず、パラメータの最適化ということでは、ありとあらゆる方面で使われています。皆さんもすぐに利用することになる最小二乗法とかね。ラグランジュの未定係数法と言え物理っぽいネ

19s2027: 厳密解が分からないとき、近似解はどのようにして正解とするのか。 **M:** 本気か？正解とは何か？なぜ近似解を求めるかを理解していない？

19s2028: 摂動論で用いる類似性のある別の系は未知の系とどれくらい近いのがふさわしいのですか？ **M:** 系の近さをどうやって測るか？ // 境界線問題については 19s2011 のコメントも参考に。

19s2029: 先日の宿題のリッツの変分法について、試行関数が直交するようなものを選ぶのは規格化するためだからですか？ **M:** 直交していないと規格化できないのか？自分で考えて分からないのはなぜか？ // 試行関数は系の物理的性質を反映して選ぶ。さて、何と何とが直交しているべきなのか？

19s2030: 今回の講義では調和振動子であるため、縮退はなかったが、縮退がある場合、摂動論の取り扱い方はどうなるのか？ **M:** 縮退のある系では、たいていは、摂動によって縮退が解けることになる。そのために行列の対角化をおこなう。詳細については参考書をよく読んで勉強すればいいのでは？

19s2031: 変分法では変数を変数を増やせば精度が高まりましたが、摂動法では摂動ハミルトニアンの数が増えれば正確性が高まりますか？ **M:** 摂動ハミルトニアンの数とは何のことか？

19s2032: 摂動法の板書で、補正項の分母は $En^{(0)} - Ei^{(0)}$ と書かれていましたが、もし $En^{(0)} = Ei^{(0)}$ になり、分母が 0 になる場合はどうしたら良いのでしょうか。 **M:** その式の前提を忘れている予感。教科書や参考書をよく読めばいいのでは？ // 19s2030 も参照

19s2033: 今日の授業で登場した摂動法を使うことでヘリウムのような水素型原子でない原子の波動関数を求めることができるようになるのですか？また、求められるなら原子番号が何番の原子まで信用出来る範囲の近似値として求められますか？ **M:** 自分で判断できないのはなぜか？ // 教科書 p.263 の“近似的方法を使うことによってシュレーディンガー方程式をほとんど望みの精度で解くことができる”の意味を理解していない？

19s2034: 展開の具体例でテイラー展開とマクローリン展開があげられたがΣの形で与えられている式も展開の一つとして考えられるのか。ヘリウム原子のハミルトニアンについて電子間反発項を摂動ととして考えるのは正しい判断なのか。 **M:** 前半について、意味不明。“Σの形で与えられている式も展開の一つとして考えられるのか”とは、何がわからなくて聞いている質問なのか？そもそも名称が*テイラー展開*と、展開であると名乗っていることについて、“それは展開なのか？”と聞かれても…… // 後半について、正しいかどうか、誰がどんな基準で決めるのか？もしも正しくなければ、摂動のつもりで手順に従って実行したその計算結果は、一体全体何なのか？

19s2035: 変分法と摂動論はそれぞれどのようなメリットがあり、また、どのような場面で使い分けられるのでしょうか。 **M:** 18s2029 参照

19s2036: 摂動法の補正項を踏まえると、変分法よりもより簡単に厳密解に近い値が求まるのではないかと思うのですが、一般的にはどちらがメジャーに用いられているのでしょうか？ **M:** 18s2029 参照

19s2037: 変分法の近似の解の正確さは出てくる解のうち最小の解が最も厳格解に近くなるのか。もしそうなら、高い励起状態を考える時に次数を増やすのではなくて試行関数を変える方が制度が高くなるのかなと思いました。 **M:** “次数を増やす”とは、何のことか？ // 教科書 p.263 の“近似的方法を使うことによってシュレーディンガー方程式をほとんど望みの精度で解くことができる”の意味を理解していないのでは？ // 欲しい励起状態のエネルギーが必要な精度で求まるだけの変分パラメータを含んだ試行関数（レイリー・リッツの方法）で使えばいいだけでは？

19s2038: 摂動法のハミルトニアンについて質問です。未知の系のハミルトニアンと既知の系のハミルトニアンを使って摂動を表す際、既知の系のハミルトニアンはどう選びますか？知りたい系とどこまで関係のある系から選べばいいのでしょうか？ **M:** 19s2028 参照 // 摂動項は

