

- 17s2001:**  $x = \cos \theta$  ではなく  $x = \sin \theta$  の変数変換をしたとき、方程式はどのように解くことができますか? M: どんな不都合があるか、自分で考えてみればいいのでは?
- 17s2003:** ランプを使った装置は異なる吸収バンドの振動数を見分けられないのは どうしてですか? M: 意味不明. 紫外可視吸光度計, 赤外線吸光度計, 蛍光光度計などはみな, 光源にランプを使用していると思うが?
- 17s2004:** コンドン・ショートレー流のとき  $m$  が正の奇数で負号をつけるとありましたが, それだと  $\psi$  の符号も変わると考えました.  $\psi$  は 2 乗をして意味を持つものだと思うので無意味なのではないかと思いましたが コンドン・ショートレー流でしかなせないこととかはありますか. M: 講義では, 電子オービタルを実関数として表すときに注意が必要なのと, 昇降演算子を作用させたときの結果の表現が異なる話をしました.
- 17s2005:** ルジャンドル多項式を扱う物理現象は他にどのようなものがあるのでしょうか. M: 意味不明. “二次関数を扱う物理現象” と言われて意味がわかるか?
- 17s2006:** ルジャンドル陪関数に出てくる  $\delta_{ln}$  とは何のことですか? M: 本気か? これまでにも出てきたはずだが? // クロネッカーのデルタ
- 17s2007:** 教科書の式や公式などに,  $\sin \theta$  や  $\cos \theta$  は頻繁に使われていますが, なぜ  $\tan \theta$  は使われないのでしょうか. 式が複雑になってしまうからなのでしょう. M: 別に, 使いたければ使えばいいのでは? または, 不必要ならば無理に使わなくてもいいのでは?
- 17s2008:** 球面調和関数の位相の表し方についてはマッカーリ流が一番表しやすいのですか? M: 昇降演算子についても整合性があるのは, コンドン・ショートレー流
- 17s2009:** 変数変換で  $x = \sin \theta$  とおいたときには解くことはできないのか. M: 17s2001 参照
- 17s2010:** なぜルジャンドル陪関数の  $m$  は絶対値をとるのですか. M: ルジャンドル方程式の中に  $m^2$  の形で出てくるので,  $\pm m$  は同じ解を与える. という説明を講義中でもしたのに, 伝わって↓
- 17s2011:**  $m = 0$  のときの (6.22) の解を求めるときに,  $P_l$  の前の因子を  $P_l(0) = 1$  となるように選ぶのは計算しやすくするためですか. M: 計算しやすくなっているかどうか確かめていないので, 私は知りません. ルジャンドルさんに聞けばいいのでは? ;-p 〔なくて残念.〕
- 17s2012:** クォークにも軌道は存在しますか. M: 私は知りません. 原子核物理学を勉強すれば分かるのでは? 分かったら, 教えてくださいネ
- 17s2013:** なぜ  $x = \cos \theta$  とするのか. M: 微分方程式が定係数ではないので簡単には解けない. 既知の方程式になるように変換する. と, 初めに説明したのですが, 伝わって↓なくて残念.
- 17s2014:**  $e^{im\phi}$  や  $e^{i\phi}$  をはじめてからオイラーの公式を用いて三角関数にしないのはなぜか. M: 別に. 三角関数で表したければ, すればいいのでは?
- 17s2015:** p.213 の表 6.2 では,  $x$  を  $\cos \theta$  に戻していますが, p.211 の表 6.1 で戻していません. これは何か意味があるのでしょうか. (多項式と陪関数で表し方が異なるのでしょうか.) M: 私は知りません. 著者に聞けばいいのでは? ;-p
- 17s2016:**  $P_2^1(x)$  を計算すると  $3\sqrt{\frac{5}{2}}x(1-x^2)^{1/2}$  のように  $\sqrt{\quad}$  が出てくるのですが, これは間違いなのか? M: 間違いと考える根拠は何か? 普通に計算すればいいだけでは?
- 17s2017:**  $P_l(x)$  が  $l$  が偶数であれば偶関数, 奇数であれば奇関数であることから何かわかることはあるのですか. M: そりゃあるでしょうね.
- 17s2018:** ルジャンドル多項式は なぜ偶奇性をもつのか? M: 16s2001 参照

- 17s2019:** p.214 の規格化定数 (6.29) は  $1 > N$  になると思ったのですが規格化定数として問題ないのですか? M: どんな不都合が予想されるのか? それだと何がイケナイのか?
- 17s2020:**  $P(x)$  が無限になった場合ルジャンドル方程式で解くことはできるのか. M: 意味不明. ルジャンドル方程式で解くとは, 具体的に何をすることか?
- 17s2022:** サイモンではない方の球面調和関数の位相の考え方では,  $Y_l^m$  [ $m$  に○囲み]  $m$  が正の奇数であれば  $-$  をつけるのは暗記していいのですか? M: 暗記したければすればいいのでは? 自分で判断できないのはなぜか?
- 17s2023:** ルジャンドル陪関数を  $\cos \theta$  と  $\sin \theta$  で表した場合の表が教科書に載っていたのですが, (6.13) 式にこのルジャンドル陪関数を使い, 解を導くことは不可能でしょうか. M: 意味不明. 導かれる解とは何か?
- 17s2024:** ルジャンドル多項式を規格化したときの  $\int_{-1}^1 [P_l(x)]^2 dx = \frac{2}{2l+1}$  はどのようにして導かれるのですか? M: 私は知りません. 調べて分かったら, 教えてくださいネ
- 17s2026:** 今日の講義で出てきたルジャンドル多項式は水素原子のものですが, 水素様原子でも同じになるのですか? M: 自分でシュレーディンガー方程式を解くことを考えてみれば分かるのでは?
- 17s2027:** もし違う宇宙から来た宇宙人と出会っても, 数学は同じだと思いますか? M: もしかしたらその宇宙は, 不連続で一樣じゃないかもしれない!
- 17s2028:** p.214 の「式 (6.10) の解は  $P_l^{|m|}(\cos \theta)\Phi_m(\phi)$  である. これは水素オービタルの角度部分であるだけでなく, 剛体回転子の波動関数である」とあるが, これは水素原子にどのようなことが起きていることを記述しているのか? M: 国語力に難あり? // 何か起きているとは一切述↓
- 17s2029:** ルジャンドル方程式の解に偶奇性や直交などの性質があることは どんな所で生かされるのか? M: 自分で生かし方を工夫すればいいのでは? 〔べていないが?〕
- 17s2030:** 球面調和関数について方位量子数が増えると電子の波動関数はどのように変化するのか. M: 自分で作図して考えてみればいいのでは? って, それ宿題に出したから.
- 17s2031:** なぜ変数変換する前の  $\Theta(\theta)$  ではなく, 変換後の  $P(x)$  が規格化されているのか. (直交していることについても同じ疑問) M: 本気か? 変換後の, 規格化や直交性の式について, 変数を逆変換して戻せばどうなる?
- 17s2032:**  $P_l(x)$  の前の因子は  $P_l(0) = 1$  になるように選ぶのはどうしてですか. M: 選んだ人に聞けばいいのでは? ;-p // 定数倍だけ異なっても, ルジャンドル方程式の解であることには変わりない. それではルジャンドル多項式が一意に決められない. 一意に決めなければ, 何らかの規則を追加する必要がある.
- 17s2034:**  $x = \cos \theta$  とおいたときに座標の話とに限らないということでしたが, 所々で極座標の話が出るのはなぜですか. M: 何のことを言っているのか分からない. 一般には, 必要だから, または理解するのに有用だから, 出てくるんでしょ?
- 17s2035:** 球面調和関数について,  $l, m$  の値は条件の範囲で任意で決めるものなのか, それとも, 実験などから, ある値に決まるものであるのか? M: 根本的に理解していない予感. // 箱の中の粒子問題の解の波動関数  $\sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}$  における  $n$  は任意で決めるか. それとも実験などから決めるか?
- 17s2036:** ルジャンドル方程式は球面調和関数を求めるとき以外でも用いられますか. M: は? 球面調和関数が欲しければ, 難しい方程式を解かなくても, ルジャンドル多項式とそこから陪関数の導出方法を知れば充分でしょ?
- 17s2037:** ルジャンドル陪関数のくんだりで  $m$  に絶対値がついていますが, これにはどんな必要性がある

のですか。 **M:** 17s2010 参照

**17s2038:** 球面調和関数の位相がプラスかマイナスのどちらかというのは、複数原子からなる分子の結合性・反結合性・非結合性軌道に影響する、電子軌道の位相とおなじものなののでしょうか？ **M:** 軌道の位相は、波動関数全体に掛かる符号  $\pm\psi$  のことだが、 $\bigcirc\bigcirc$ 結合性軌道に影響あるかといわれると、分子軌道を構成する個別の原子軌道の負号のこのようでもあり、何を聞きたいのか、意図が↓

**17s2039:** ルジャンドル方程式は、水素原子とどのような関係にあるのか。 **M:** 教科書 6 章や参考書をよく読めば分かるのでは？ ↓分からない。

**17s2040:** p.222 より  $L_z$  は精確にとれないとあるが、その場合  $L_z$  を求める式はどの程度てきとうに作られているのか。 **M:** 著しく誤解しているか、全くの無理解の予感。// 演算子の交換関係と、対応する物理量の不確定性関係の話。

**17s2041:** ルジャンドル多項式やルジャンドル陪関数にでてくる定係数は量子数ですか。もしくは磁気量子数や方位量子数と関係がありますか。 **M:** “量子数”とは何か？定数で整数なら良いのか？

**17s2042:** なぜ  $Y_l^m(\theta, \phi)$  が規格化直交しているといえるのか。 **M:** 規格化と直交の定義を復習する必要があります？

**17s2043:** ( $Y_l^m(\theta, \phi)$  は  $d\theta d\phi$  だけでなく、 $\sin\theta d\theta d\phi$  に対して 規格化直交しているというのは どういうことでしょうか...) // 簡単には解けないような式はすでに解がでているものを利用するとありましたが、式の形式変化をする上で、数本の式が導ける場合、どのようなものを選べば良いのでしょうか？ また選んだものによって 解が変わることがあるのはなぜでしょうか？ **M:** 言葉通りだが、何が分からないのか？ 規格化直交の式 (6.31) を見れば自明では？ // 別に。好きにすればいいのでは？ 解が変わる実例は何か？

**17s2044:** ルジャンドル陪関数の規格化定数はどのようにして導出されるのでしょうか？ **M:** 別に。普通に求めればいいのでは？

**17s2045:** ルジャンドル多項式の母関数がかかるとどんなメリットがありますか？ **M:** 私は知りません。調べて分かったら、教えてください

**17s2046:** ルジャンドル方程式は今後講義でどのように使われていくのでしょうか？ **M:** 教科書や参考書をよく読めば分かるのでは？

**17s2047:** 「ルジャンドル多項式は、物理学の多くの問題に現れる」と教科書に書いてあったのですが例えばどのようなものを求める時につかうのですか。 **M:** シャボン玉の膜の振動などの例を講義で見たのだが、伝わってなくて残念。// 物理学を広く勉強すればいいのでは？

**17s2048:** 球面調和関数  $Y_1^1$  は教科書によって符号が違っていると書いていたが  $Y_1^1 = \pm \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\theta e^{i\phi}$  とすると、何か不都合があるのでしょうか。 **M:** この先の関数の使いようで、正負の負号によって式の見え目が変わって一般形の式を書きにくい・わかりにくい。

**17s2049:** 球面調和関数について、ルジャンドルの方程式以外にも、未知の波動方程式を解くためによく用いられる方程式はあるのか？ **M:** 勉強すれば分かるのでは？

**17s2050:**  $\sin\theta d\theta d\phi$  と  $d\theta d\phi$  は大きさが違うものなのですか。 **M:** 本気か？数学の基礎を復習す↓

**17s2051:** ルジャンドル多項式は何に使われますか？ **M:** “物理学の多くの問題に現れる”ので、物理学を勉強すれば分かるのでは？ ↓必要がある？

**16s2001:**  $P_l(x)$  は どうして  $l$  が偶数であれば偶関数、 $l$  が奇数であれば奇関数になる = [=は判読不能] **M:** ルジャンドル方程式の級数解を得る過程を吟味すれば分かるのでは？

**16s2006:** 式 (6.24) が  $l = n$  のときは物理的にどういう意味か。 **M:** すぐ次の (6.25) を見て考えれ

ばいいのでは？

**16s2009:** 教科書 p.235 の図 6.7 のオービタルの形で、 $d_{z^2}$  だけドーナツ形があるが、なぜか。 **M:** 球面調和関数の形を作図する宿題を出しました。自分で色々作図してみれば分かるのでは？

**16s2019:** ルジャンドル多項式を解いた後、 $P_l$  の性質 (偶奇性) について考えた理由は何か。 **M:** 本気か？得られた結果について理解を深めるのは普通でしょ？ // 波動関数の偶奇性は重要だから。

**16s2026:**  $m = 0$  のときにルジャンドル多項式の解が、 $l$  が奇数のとき奇関数、 $l$  が偶数のときに偶関数になることは、水素原子のどのような状態を表しているのか。 **M:** オービタルと状態とは、全く異なるモノ。// この先を勉強すれば分かるのでは？

**16s2028:** 最近、いい質問マークがないように感じます。なぜだと思いますか。 **M:** これが講義内容に関連したい質問だと思っているのでしょうか？

**16s2040:** ルジャンドル陪関数、球面調和関数では 方位量子数  $l$  と磁気量子数  $m$  が用いられるのでしょうか。 **M:** 関数形を見れば自明では？自分で判断できないのはなぜか？

**16s2046:** 式 (6.10) が剛体回転子の波動関数の方程式と完全に同じであるとするが、全く同じ現象を観測できるのか。 **M:** 本気か？数学が抽象的な記述言語であることを理解していない？

**16s2048:** ルジャンドル方程式の解が有限となる条件はどうやって求めたんですか。 **M:** ↓

**16s2049:** 波動関数の 2 乗は確率密度を表しているが 波動関数そのものの単位は何か。 **M:** 章末問題 3.9 などでも考えてみればいいのでは？ ↓16s2001 参照

**15s3005:**  $Y_l^m(\theta, \phi) = \left[\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}\right]^{1/2} P_l^{|m|}(\cos\theta)e^{im\phi}$  とあるが  $l = \infty$  で考えると  $Y_l^m(\theta, \phi) = 0$  となると考えられるが球面調和関数が 0 になることはあるか。 **M:** 何をどう考えると  $Y_l^m(\theta, \phi) = 0$  なのか？

**15s3007:**  $x = \cos\theta$  の範囲を  $0 \leq \theta \leq \pi$  としましたが「 $\theta$  を  $2\pi$  にしてもいいんじゃないか」と、いわれるとデカルト座標で考えると射影ができないからとしかいえません。どう説明すればいいのでしょうか。 **M:** それじゃダメなんですか？

**15s3014:** p.215 例 6.4 の規格化条件の部分のイコールの上に ? があるが どういう意味か。 **M:** 国語力不足？文脈を考えれば分かるのでは？

**15s3025:** ルジャンドル多項式は物理学の多くの問題に現れる、とありますが その全てで、表 6.1 と同じものが使われるのですか？共通のものなのですか？ **M:** 同じ名前でも異なるモノを指し示すことに意味があるか？ 『条件とは？』

**15s3028:** ルジャンドル多項式の初期条件は自分で決めてよいのか？ **M:** 意味不明。多項式の初期↑

**15s3030:** ルジャンドル方程式の導出について  $\sin^2\theta \frac{d^2\Theta}{d\theta^2} + \sin\theta \cos\theta \frac{d\Theta}{d\theta} + (\beta \sin^2\theta - m^2)\Theta = 0$   
 $\rightarrow (1-x^2)^2 \frac{d^2P(x)}{dx^2} - (1-x^2)x \frac{dP(x)}{dx} + [(1-x^2)\beta - m^2]P(x) = 0 \rightarrow (1-x^2) \frac{d^2P(x)}{dx^2} - x \frac{dP(x)}{dx} + (\beta - \frac{m^2}{1-x^2})P(x) = 0$  となると思いますが、2 項目の  $2x$  については全体の形が似ていることから、置き換えたのでしょうか？ **M:** 正気ですか？そんな計算が数学的に正しいのか？ // 勘違いでは？

**15s3048:** なぜ  $l$  が偶数だと  $P_l$  は偶関数、 $l$  が奇数だと  $P_l$  は奇関数となるのか。 **M:** 16s2001 参照

**14s3019:** 規格化直交とは何ですか。 **M:** 教科書 4 章や参考書をよく読めば分かるのでは？

**14s3030:** ルジャンドル関数にエネルギーが高く不安定な状態にあるときの  $m, l$  を代入したとき、ある程度正しく波動関数を記述することはできますか？ **M:** 水素原子のシュレーディンガー方程式の解が、エネルギーの高低によって、解 (波動関数) の正確さに影響しているのか？